




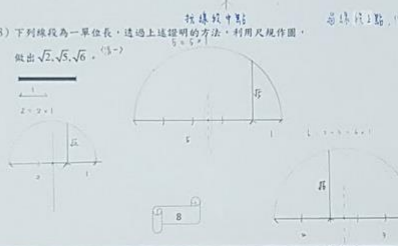
上台講解學習單內容

**多元選修之數學史學習單**  
 班級: 1 座號: 17 姓名: 葉嘉東

(5) 下列線段為一單位長, 利用尺規作圖, 做出  $\frac{2}{7}$  單位長。  


(6) 下列線段為一單位長, 利用尺規作圖, 做出  $\frac{8}{5}$  單位長。  


(7) 描述算幾不等式的幾何證明。  


(8) 下列線段為一單位長, 透過上述證明的方法, 利用尺規作圖, 做出  $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{6}$ 。  


**多元選修之數學史學習單**  
 班級: 11 座號: 20 姓名: 黃培竣

(4) 史都華法  
 利用  $\frac{1}{n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}$ , 試說明以下過程  

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{7} = \frac{1}{8} + \frac{1}{56} + \frac{1}{56}$$

$$\frac{1}{9} = \frac{1}{10} + \frac{1}{90} + \frac{1}{90}$$
 並利用此方法, 將  $\frac{2}{7} + \frac{2}{97}$  表達成單位分數之和, 並與埃及分數法, 定流那算法作比較。  

$$\frac{2}{7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{7} = \frac{1}{14} + \frac{1}{14}$$

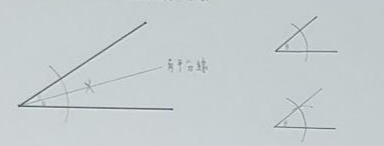
$$\frac{1}{97} = \frac{1}{97} + \frac{1}{97}$$

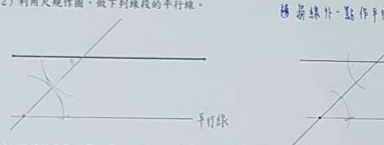
$$\frac{1}{97} = \frac{1}{97} + \frac{1}{97}$$


5. 複利問題  
 (1) 假如現在有 100 萬, 存入銀行, 依照年利率 20% 計算, 試問大概幾年會翻倍?  
 $100 = (1 + 20\%)^n = 2^{100}$   
 $1.2^n = 2$   
 $n = \frac{\ln 2}{\ln 1.2} \approx 3.8$

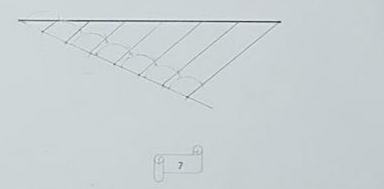
(2) 如果年利率 6%、8%、9%、18%, 需要幾年才能翻倍?  
 $100 = (1 + 6\%)^n = 200$   
 $1.06^n = 2$   
 $n = \frac{\ln 2}{\ln 1.06} \approx 11.5$   
 $100 = (1 + 8\%)^n = 200$   
 $1.08^n = 2$   
 $n = \frac{\ln 2}{\ln 1.08} \approx 9.0$   
 $100 = (1 + 9\%)^n = 200$   
 $1.09^n = 2$   
 $n = \frac{\ln 2}{\ln 1.09} \approx 7.2$   
 $100 = (1 + 18\%)^n = 200$   
 $1.18^n = 2$   
 $n = \frac{\ln 2}{\ln 1.18} \approx 3.8$

**多元選修之數學史學習單**  
 班級: 7 座號: 19 姓名: 葉嘉東

6. 尺規作圖與有理數與無理數的作圖  
 (1) 利用尺規作圖, 做下列角度的角平分線。  


(2) 利用尺規作圖, 做下列線段的平行線。  


(3) 下列線段為一單位長, 利用尺規作圖, 作出 7 單位長。  


(4) 下列線段為一單位長, 利用尺規作圖, 將下列線段 7 等分。  


**多元選修之數學史學習單**  
 班級: 14 座號: 20 姓名: 黃培竣

8. 黃金比例  
 若一線段分割, 其比例滿足  $\frac{\text{全線段}}{\text{較長線段}} = \frac{\text{較長線段}}{\text{較短線段}}$ , 則此比值稱為黃金比例。這樣的分割方式稱為黃金分割。  
 (1) 按照黃金比例的定义, 試求黃金比例的值?  
 黃金比例滿足什麼樣的方程式?  

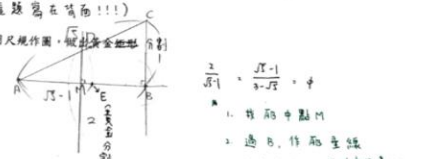
$$\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$$
  

$$x^2 - x - 1 = 0$$
  

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$
  
 黃金比例 =  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

(2) 長寬比滿足黃金比例的矩形, 稱為黃金矩形。右圖中, 矩形 ABCD 為黃金矩形, 其中  $\overline{AD}=1$ ,  $\overline{AEFD}$  為正方形, 則  $\frac{\overline{BC}}{\overline{BE}}$  為?  
 $\frac{BC}{BE} = \frac{1}{1-x} = \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x} = x$   
 黃金矩形切割成正方形  
 留下來的正方形也是黃金矩形

(3) 邊長為 1 的正五邊形, 其對角線為何?  
 $\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$   
 $x^2 - x - 1 = 0$   
 $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$   
 正五邊形對角線 = 黃金比例

延伸: 特殊直角三角形邊長比  
 (4) 費氏數列: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... 第 n 項以  $F_n$  表示, 觀察  $\frac{F_{n+1}}{F_n}$  的趨勢。  
 (這題寫在背面!!!)  


(5) 利用尺規作圖, 做下列黃金比例分割。  

$$\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$$
  

$$x^2 - x - 1 = 0$$
  

$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$
  
 1. 作兩中點 M  
 2. 過 B, 作垂直線  
 3. 以 B 為圓心, 兩垂直線交點

# 學生學習單作業內容

## 正十七邊形

- 正三角形、正四邊形。
- 正五邊形作圖，由《幾何原本》給出。
- 正多邊形的作圖？
- 高斯於1796年發現作圖方法，並給出正多邊形尺規作圖的條件。

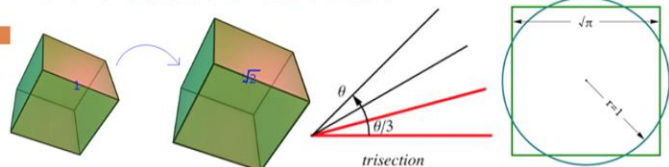
當時高斯差一個月滿19歲。

高斯希望自己身後，能將正十七邊形，刻在他的墓碑上。

這項成就，使他決定以數學為終身志業。



## 古希臘數學的延續



倍立方體  
三等分角  
化圓為方

千年來未獲得完整解決，卻造就大量的數學發展！！

最後透過群論與體論，才說明此三大問題尺規作圖的不可能性！！（幾何問題卻由代數方法解決）

阿貝爾與伽羅瓦發展的群論，除了被應用於解決三個著名問題，也被應用於五次方程式解的問題，甚至於近年的費馬大定理證明。

## 算數的發展

1	𐎀	11	𐎀𐎁	21	𐎀𐎁𐎂	31	𐎀𐎁𐎂𐎃	41	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄	51	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅
2	𐎁	12	𐎀𐎁𐎂	22	𐎀𐎁𐎂𐎃	32	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄	42	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅	52	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆
3	𐎁𐎂	13	𐎀𐎁𐎂𐎃	23	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄	33	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅	43	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆	53	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇
4	𐎁𐎂𐎃	14	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄	24	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅	34	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆	44	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇	54	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈
5	𐎁𐎂𐎃𐎄	15	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅	25	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆	35	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇	45	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈	55	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉
6	𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅	16	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆	26	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇	36	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈	46	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉	56	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉𐎁
7	𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆	17	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇	27	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈	37	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉	47	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉𐎁	57	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉𐎁𐎂
8	𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇	18	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈	28	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉	38	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉𐎁	48	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉𐎁𐎂	58	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉𐎁𐎂𐎃
9	𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈	19	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉	29	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉𐎁	39	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉𐎁𐎂	49	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉𐎁𐎂𐎃	59	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉𐎁𐎂𐎃𐎄
10	𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉	20	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉𐎁	30	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉𐎁𐎂	40	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉𐎁𐎂𐎃	50	𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅		

- 「0」的出現

- \*Nothing is something~~~~
- \*古巴比倫符號表示「72」與「3612」
- \*中國很早就有「零」
- \*使數學更進一步發展。

比如我們習慣將  $x^2 + x = 2$  移項成  $x^2 + x - 2 = 0$

# 課程投影片